

6 ZÁKLADY TEÓRIE DLHÝCH DVOJVODIČOVÝCH VEDENÍ

6.1 Prúdové a napät'ové vlny na dvojvodičových vedeniach

Pod pojmom "dvojvodičové vedenie" máme na mysli signálový alebo energetický prenosový systém pozostávajúci z dvoch vodičov spájajúcich zdroj signálu (generátor) a spotrebič (záťaž), pričom v istom okamihu a v istej priechnej rovine prúd jedným vodičom tečie k záťaži a druhým naopak, ku generátoru, a medzi vodičmi je jednoznačné napätie závislé od polohy na vedení a od času. S takýmto prúdovým a napät'ovým rozložením súvisí TEM vlna na vedení. Jednoduchými príkladmi dvojvodičových vedení, analyzovanými už pri inej príležitosti, sú dvojvodičový symetrický kábel (dvojlinka) a koaxiálny kábel. Pri prenose jednosmerných a nízkofrekvenčných elektrických signálov resp. výkonov sú takéto vedenia jedinými a výhradnými prenosovými médiami a môžu slúžiť na prenos signálov až do frekvencií desiatok gigahertzov.

Pojem "dlhé vedenie" nie je jednoznačný a súvisí s frekvenciou prenášaného signálu. Ak na vstupe vedenia istej dĺžky l pôsobí generátor signálu s frekvenciou f , bude sa tento napät'ovo-prúdový signál šíriť pozdĺž vedenia s istou konečnou rýchlosťou rovnou rýchlosti v elektromagnetickej vlny v danom dielektrickom prostredí kábla, pretože s napätím a prúdom sú nerozlučne spojené ich elektrické a magnetické polia. Pri danej frekvencii vznikne na vedení popri elektromagnetickej vlne v okolitom dielektrickom prostredí aj prúdová a napät'ová vlna vo vodičoch s odpovedajúcou vlnovou dĺžkou $\lambda = v/f$. Ak je dĺžka l vedenia oveľa väčšia ako vlnová dĺžka λ , vedenie nazývame dlhým. V praxi sa za dlhé považujú už vedenia, pre ktoré je splnená podmienka

$$l \geq \lambda/4$$

Vidno, že pojem "dlhé vedenie" je relatívny. Napríklad vedenie vysokého napätia v energetickej sieti je dlhým až pri dĺžke rádovo tisíce kilometrov, čo súvisí s nízkou frekvenciou napätia energetickej siete (50 Hz). Na druhej strane, úsek kábla určeného na prenos televízneho signálu pri frekvencii 1000 MHz je už "dlhý" keď má iba 10 centimetrov. Pri dlhom vedení sa súčasne vyžaduje, aby jeho priečne rozmery boli menšie ako štvrtina pracovnej vlnovej dĺžky.

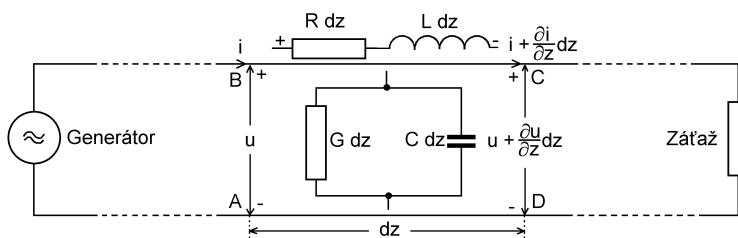
Dlhé vedenia sa niekedy nazývajú aj vedenia s rozloženými parametrami. Pri prenose signálov sa totiž okrem ich pozdĺžneho odporu a priečnej vodivosti uplatňujú aj pozdĺžna reaktancia a priečna susceptancia, ktoré možno chápať ako spojito rozložené pozdĺž vedenia, na rozdiel od sústredených parametrov, akými sú odpory rezistorov, indukčnosti cievok a kapacity kondenzátorov, z ktorých pozostávajú diskkrétne obvody na nízkych frekvenciách. Rozložené parametre vedenia sa uplatňujú pri veľkej dĺžke vedenia alebo pri vysokej frekvencii prenášaného signálu.

Každé dvojvodičové vedenie charakterizujú štyri primárne parametre:

- pozdlžny odpor vedenia na jednotku dĺžky R [Ω/m] spôsobený nenulovou vodivosťou vodiča a skin efektom;
- pozdlžna indukčnosť vedenia na jednotku jeho dĺžky L [H/m] spôsobená indukčnými vlastnosťami vodiča;
- priečna vodivosť vedenia na jednotku dĺžky G [S/m] spôsobená neideálnym dielektrikom, ktoré tvorí izoláciu medzi vodičmi;
- priečna kapacita vedenia na jednotku dĺžky C [F/m] predstavujúca kapacitné vlastnosti dvojice vodičov.

Nekonečne krátky úsek vedenia dz má potom pozdlžny odpor jedného vodiča Rdz , priečnu vodivosť Gdz , pri frekvencii ω pozdlžnu indukčnú reaktanciu ωLdz a priečnu kapacitnú susceptanciu ωCdz . Treba mať na pamäti, že v dôsledku skin efektu sú aj pozdlžny odpor aj priečna vodivosť závislé od frekvencie.

Vedenie, ktorého parametre pozdlž jeho dĺžky zostávajú konštantné, sa nazýva homogénne alebo regulárne. V našej teórii sa budeme zaoberať iba vlastnosťami homogénnych vedení. Z nehomogénnych vedení je dôležité najmä exponenciálne vedenie, ktorého úseky sa často používajú ako spojovacie články medzi vedeniami s rôznymi parametrami.



Obr. 6.1

Na obr. 6.1 je zobrazený infinitezimálny úsek vedenia dĺžky dz . Predpokladajme, že na vstup vedenia je pripojený generátor napätia, ktoré závisí od času, a nemusí byť nevyhnutne harmonické. Pozdlž vedenia sa vytvorí napätie závislé od času t a vzdialenosti z . Funkčné závislosti napätia a prúdu pozdlž vedenia označíme $u = u(z, t)$ a $i = i(z, t)$. Na vybraný úsek vedenia môžeme aplikovať Kirchhoffove zákony. Na vstupe medzi bodmi A a B vybraného úseku vedenia je napätie u a prúd v bode B pozdlž vedenia je i . Na jeho výstupe medzi bodmi C a D je napätie $u + (\partial u/\partial z)dz$, v bode C je pozdlžny prúd $i + (\partial i/\partial z)dz$. Bez ujmy na všeobecnosti môžeme odpor a indukčnosť spätného, spodného vodiča sústrediť do horného a spodný považovať za bezodporový a bezindukčný. Podľa druhého Kirchhoffovho zákona pre uzavretý obvod ABCDA platí

$$u - \left(Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \right) dz - \left(u + \frac{\partial u}{\partial z} dz \right) = 0$$

Podľa prvého Kirchhoffovho zákona rozdiel prúdov v bode B a C sa rovná zvodovému prúdu cez vodivosť G a kapacitu C na dĺžke úseku dz , teda

$$i - \left(Gu + C \frac{\partial u}{\partial t} \right) dz - \left(i + \frac{\partial i}{\partial z} dz \right) = 0$$

Z týchto rovníc po úprave dostaneme

$$-\frac{\partial u}{\partial z} = Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (6.1a)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial z} = Gu + C \frac{\partial u}{\partial t} \quad (6.1b)$$

V rovniciach (6.1) možno separovať u a i . Derivujme rovnicu (6.1a) podľa súradnice z a dosadíme za $\partial i / \partial z$ z rovnice (6.1b). Dostaneme

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = R \frac{\partial i}{\partial z} + L \frac{\partial^2 i}{\partial z \partial t} = -RGu - RC \frac{\partial u}{\partial t} + L \frac{\partial^2 i}{\partial z \partial t} \quad (6.2)$$

Derivujme ďalej rovnicu (6.1b) podľa času

$$-\frac{\partial^2 i}{\partial z \partial t} = G \frac{\partial u}{\partial t} + C \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

a dosadíme do rovnice (6.2). Po úprave dostaneme diferenciálnu rovnicu pre napätie u v tvare

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = RGu + (RC + GL) \frac{\partial u}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (6.3a)$$

Podobným postupom dostaneme symetrickú rovnicu pre prúd i

$$\frac{\partial^2 i}{\partial z^2} = RGi + (RC + GL) \frac{\partial i}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \quad (6.3b)$$

Z historických dôvodov sa rovnice (6.1), resp. (6.3) nazývajú **telegrafné rovnice**, pretože boli odvodené a analyzované v čase vzniku drôtovej telegrafie.¹ Ich riešením pri zadaných začiatočných a hraničných podmienkach dostaneme napätia a prúdy na vedení pre ľubovoľné časové priebehy vstupného napätia.

V praxi sú najdôležitejšie periodické alebo jednoduché harmonické napäťové a prúdové priebehy, ktoré v komplexnom vyjadrení majú tvar $U(z)e^{j\omega t}$ a $I(z)e^{j\omega t}$, kde $U(z)$ a $I(z)$ sú komplexné amplitúdy napätia a prúdu na vedení. Ak v rovniciach (6.1) nahradíme prúd a napätie uvedenými komplexnými obrazmi, dostaneme po úprave diferenciálne rovnice pre komplexné amplitúdy v tvare

¹Kirchhoff, G. R.: Über die Bewegung der Elektrizität in Drähten, Pogg. Ann., Bd. 100 (1857)
 Heaviside, O.: On the Extra Current, Phil. Mag., vol. 2 (1876), p. 53
 Poincaré, H.: Sur la propagation de l'électricité, Comptes rendus, vol. 17 (1897), p. 1027

$$-\frac{dU}{dz} = (R + j\omega L)I = ZI \quad (6.4a)$$

$$-\frac{dI}{dz} = (G + j\omega C)U = YU \quad (6.4b)$$

kde $Z = R + j\omega L$ je pozdĺžna impedancia vedenia na jednotku jeho dĺžky a $Y = G + j\omega C$ je jeho priečna admitancia na jednotku dĺžky. V rovniciach (6.4) možno tiež separovať premenné. Ich derivovaním podľa z a kombináciou výsledku derivácie s pôvodnými rovnicami dostaneme rovnice

$$\frac{d^2U}{dz^2} = \gamma^2 U \quad (6.5a)$$

$$\frac{d^2I}{dz^2} = \gamma^2 I \quad (6.5b)$$

kde
$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (6.6)$$

je **koeficient šírenia napät'ových a prúdových vln**. Rovnice (6.5) sú telegrafné rovnice pre harmonické napät'ové a prúdové priebehy. Z matematického hľadiska sú to obyčajné diferenciálne rovnice druhého rádu, ktorých všeobecné riešenia majú tvar

$$U(z) = U_0^+ e^{-\gamma z} + U_0^- e^{\gamma z} \quad (6.7a)$$

$$I(z) = I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{\gamma z} \quad (6.7b)$$

Keďže koeficient šírenia γ je vo všeobecnosti komplexné číslo a časový faktor je $e^{j\omega t}$, každé z riešení predstavuje tlmenú napät'ovú resp. prúdovú vlnu ako superpozíciu dvoch zložiek šíriacich sa v navzájom opačných smeroch pozdĺž osi vedenia (osi z). Integrované konštanty U_0^+ , U_0^- , I_0^+ , I_0^- fyzikálne predstavujú amplitúdy postupujúcich a odrazených napät'ových a prúdových vln a treba ich určiť z hraničných podmienok, napríklad z prúdu a napätia na vstupe a výstupe vedenia. Našťastie počet integračných konštánt možno redukovať na polovicu, pretože prúdy a napätie nie sú nezávislé, ale sú viazané rovnicami (6.4). Skutočne, využitím rovnice (6.4a) dostávame

$$I = -\frac{1}{Z} \frac{dU}{dz} = \frac{\gamma}{Z} (U_0^+ e^{-\gamma z} - U_0^- e^{\gamma z}) = \frac{1}{Z_v} (U_0^+ e^{-\gamma z} - U_0^- e^{\gamma z})$$

a riešenia (6.7) môžeme napísať v tvare

$$U(z) = U_0^+ e^{-\gamma z} + U_0^- e^{\gamma z} \quad (6.8a)$$

$$I(z) = \frac{U_0^+}{Z_v} e^{-\gamma z} - \frac{U_0^-}{Z_v} e^{\gamma z} \quad (6.8b)$$

Veličina

$$Z_v = \frac{Z}{\gamma} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (6.9)$$

je **charakteristická (vlnová) impedancia** vedenia, ktorá, ako vidíme, závisí iba od primárnych parametrov vedenia a od frekvencie ω . Neskôr uvidíme, že udáva pomer komplexných amplitúd napätia a prúdu iba postupujúcej vlny od zdroja k záťaži. Integrované konštanty U_0^+ a U_0^- treba určiť z okrajových podmienok. Ako okrajové podmienky možno zvoliť napríklad vstupné napätie U_{vst} a vstupný prúd I_{vst} . Nech sa teda vstup vedenia nachádza v rovine $z = 0$ ako na obr. 6.2, kde $U = U_{vst}$ a $I = I_{vst}$. Z výrazov (6.8) plynie, že

$$U_{vst} = U_0^+ + U_0^-$$

a

$$Z_v I_{vst} = U_0^+ - U_0^-$$

Riešením tejto sústavy rovníc pre konštanty U_0^+ a U_0^- dostaneme

$$U_0^+ = \frac{U_{vst} + Z_v I_{vst}}{2} \quad U_0^- = \frac{U_{vst} - Z_v I_{vst}}{2} \quad (6.10)$$

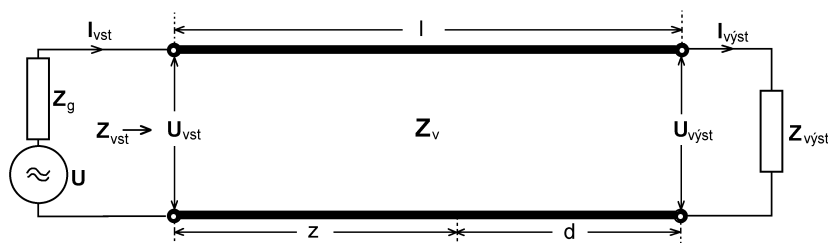
Dosadením za integračné konštanty vo výrazoch (6.8) a využitím hyperbolických funkcií

$$\sinh \gamma z = \frac{e^{\gamma z} - e^{-\gamma z}}{2} \quad \cosh \gamma z = \frac{e^{\gamma z} + e^{-\gamma z}}{2} \quad (6.11)$$

dostaneme výrazy pre komplexné amplitúdy napätia a prúdu v tvare

$$U(z) = U_{vst} \cosh \gamma z - Z_v I_{vst} \sinh \gamma z \quad (6.12a)$$

$$I(z) = I_{vst} \cosh \gamma z - \frac{U_{vst}}{Z_v} \sinh \gamma z \quad (6.12b)$$



Obr. 6.2

Druhá možnosť voľby hraničných podmienok je vybrať ich ako výstupné veličiny na konci vedenia dĺžky l (pozri obr. 6.2). Nech teda pre $z = l$ je $U = U_{vyst}$ a $I = I_{vyst}$. Využitím výrazov (6.8) dostaneme pre konštanty U_0^+ a U_0^- systém rovníc

$$U_{výst} = U_0^+ e^{-\gamma l} + U_0^- e^{\gamma l}$$

$$Z_v I_{výst} = U_0^+ e^{-\gamma l} - U_0^- e^{\gamma l}$$

z čoho

$$U_0^+ = \frac{U_{výst} + Z_v I_{výst}}{2} e^{\gamma l} \quad U_0^- = \frac{U_{výst} - Z_v I_{výst}}{2} e^{-\gamma l} \quad (6.13)$$

Dosadením konštánt do výrazov (6.8) dostaneme pre amplitúdy napätia a prúdu výrazy

$$U(z) = U_{výst} \cosh \gamma(l-z) + Z_v I_{výst} \sinh \gamma(l-z) \quad (6.14a)$$

$$I(z) = I_{výst} \cosh \gamma(l-z) + \frac{U_{výst}}{Z_v} \sinh \gamma(l-z) \quad (6.14b)$$

Namiesto vzdialenosti od začiatku vedenia je v tomto prípade výhodnejšie merať vzdialenosť d od konca vedenia, teda $d = l - z$, (pozri obr. 6.2) a výrazy (6.14) prepísať do tvaru

$$U(d) = U_{výst} \cosh \gamma d + Z_v I_{výst} \sinh \gamma d \quad (6.15a)$$

$$I(d) = I_{výst} \cosh \gamma d + \frac{U_{výst}}{Z_v} \sinh \gamma d \quad (6.15b)$$

Všimnime si ešte koeficient šírenia γ (6.6), ktorý závisí od primárnych parametrov vedenia a od frekvencie ω . Je to sekundárny parameter vedenia, vo všeobecnosti komplexné číslo, ktoré možno napísať v tvare

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (6.16)$$

kde α [m^{-1}] je koeficient útlmu a β [$\text{rad} \cdot \text{m}^{-1}$] je fázový koeficient. Porovnaním (6.6) a (6.16) dostaneme vzťah

$$\alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

z ktorého môžeme vypočítať α a β . Umocníme rovnicu na druhú a oddelíme reálne a imaginárne časti. Získame systém dvoch rovníc, ktorých riešením dostaneme zložené výrazy pre koeficient útlmu a fázový koeficient

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} + (RG - \omega^2 LC) \right]} \quad (6.17a)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} - (RG - \omega^2 LC) \right]} \quad (6.17b)$$

Ak frekvencia klesá k nule, t. j. ak

$$\omega = 0 \quad (6.18)$$

potom limitná hodnota koeficientu útlmu

$$\alpha = \sqrt{RG} \quad (6.19a)$$

a fázového koeficientu

$$\beta = 0 \quad (6.19b)$$

Je to prípad prenosového vedenia pracujúceho s konštantným napätím, ktoré sú analyzované napr. v úlohách 52 a 54.

Ak naopak, frekvencia rastie a platí, že

$$\omega L \gg R \quad \text{a} \quad \omega C \gg G$$

s využitím Newtonovho binomického vzorca možno písať

$$\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2} \approx \omega L + \frac{1}{2} \frac{R^2}{\omega L} \quad \sqrt{\omega^2 C^2 + G^2} \approx \omega C + \frac{1}{2} \frac{G^2}{\omega C}$$

Dosadením týchto výrazov do vzťahov (6.17) a zanedbaním členov so súčinnými RG dostaneme výrazy pre vysokofrekvenčné hodnoty koeficientu útlmu a fázového koeficientu v tvaroch

$$\alpha \approx \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6.20a)$$

$$\beta \approx \omega \sqrt{LC} \quad (6.20b)$$

V limitnom prípade bezstratového vedenia, ak

$$R = 0 \quad G = 0$$

je

$$\alpha = 0 \quad \beta = \omega \sqrt{LC} \quad (6.21a,b)$$

Tento prípad dôležitý pre prax bude analyzovaný v odseku 6.3.

6.2 Impedancia vo vedení a koeficient odrazu

Dôležitá veličina na vedení je impedancia. **Impedancia v ľubovoľnej priečnej rovine vedenia udáva pomer komplexných amplitúd napätia $U(z)$ a prúdu $I(z)$.** Na vstupe a výstupe vedenia je impedancia daná výrazmi

$$Z_{vst} = \frac{U_{vst}}{I_{vst}} \quad (6.22a)$$

$$Z_{výst} = \frac{U_{výst}}{I_{výst}} \quad (6.22b)$$

Ak je daná vstupná impedancia, potom impedanciu $Z(z)$ v ľubovoľnej rovine vo vzdialenosti z od vstupu vedenia dostaneme delením výrazu (6.12a) s (6.12b), pričom využijeme vzťahy (6.22). Dostaneme

$$Z(z) = Z_v \frac{Z_{vst} - Z_v \operatorname{tgh} \gamma z}{Z_v - Z_{vst} \operatorname{tgh} \gamma z} \quad (6.23)$$

V prípade, že je daná výstupná impedancia, vydělíme vzťah (6.15a) výrazom (6.15b) a využijeme vzťah (6.22b), čím dostaneme výraz pre impedanciu vo vzdialenosti $d = l - z$ od konca vedenia v tvare

$$Z(d) = Z_v \frac{Z_{výst} + Z_v \operatorname{tgh} \gamma d}{Z_v + Z_{výst} \operatorname{tgh} \gamma d} \quad (6.24)$$

Výrazy (6.23) a (6.24) umožňujú získať transformačné vzťahy medzi vstupnou a výstupnou impedanciou na vedení. Ak vo vzorci (6.23) položíme $z = l$, dostaneme výstupnú impedanciu na vedení v tvare

$$Z_{výst} = Z_v \frac{Z_{vst} - Z_v \operatorname{tgh} \gamma l}{Z_v - Z_{vst} \operatorname{tgh} \gamma l} \quad (6.25)$$

alebo z výrazu (6.24) pre $d = -l$ výraz pre vstupnú impedanciu

$$Z_{vst} = Z_v \frac{Z_{výst} + Z_v \operatorname{tgh} \gamma l}{Z_v + Z_{výst} \operatorname{tgh} \gamma l} \quad (6.26)$$

Pri analýze dlhých vedení sa popri pojme impedancie často pracuje s jej prevrátenou hodnotou, admitanciou Y . Je to vhodné najmä vtedy, ak je na dlhom vedení zapojených viac elektrických prvkov paralelne. Admitančné vzťahy získané ako podiel komplexných amplitúd prúdu a napätia sú formálne zhodné s výrazmi (6.23) až (6.26), ak v nich urobíme zámenu

$$Y \rightarrow \frac{1}{Z}$$

Pre opis vlnového poľa na vedení je vhodné zaviesť komplexnú veličinu závislú od polohy na vedení nazývanú **koeficient odrazu**. Koeficienty odrazu sa definujú zvlášť pre napäťovú a zvlášť pre prúdovú vlnu, líšia sa však iba znamienkom.

Uvažujme riešenia (6.8) telegrafných rovníc, ktoré sú superpozíciou postupujúcej (+) a odrazenej (-) vlny a možno ich napísať v tvare

$$U(z) = U^+(z) + U^-(z) = U_0^+ e^{-\gamma z} + U_0^- e^{\gamma z} \quad (6.27a)$$

$$I(z) = I^+(z) + I^-(z) = \frac{U_0^+}{Z_v} e^{-\gamma z} - \frac{U_0^-}{Z_v} e^{\gamma z} \quad (6.27b)$$

kde

$$U^+(z) = U_0^+ e^{-\gamma z} \quad I^+(z) = \frac{U_0^+}{Z_v} e^{-\gamma z} \quad (6.28)$$

sú amplitúdy postupujúcej napäťovej a prúdovej vlny a

$$U^-(z) = U_0^- e^{\gamma z} \quad I^-(z) = -\frac{U_0^-}{Z_v} e^{\gamma z} \quad (6.29)$$

sú amplitúdy odrazených vln. **Napäťový koeficient odrazu** $\rho_u(z)$ na vedení definujeme ako pomer odrazenej a postupujúcej napäťovej vlny, teda

$$\rho_u(z) = \frac{U^-(z)}{U^+(z)} = \frac{U_0^-}{U_0^+} e^{2\gamma z} = \rho_0 e^{2\gamma z} \quad (6.30)$$

kde $\rho_0 = U_0^- / U_0^+$ je napäťový koeficient odrazu v referenčnej rovine $z = 0$.

Podobne možno pre prúdovú vlnu definovať **prúdový koeficient odrazu**

$$\rho_i(z) = \frac{I^-(z)}{I^+(z)} = -\frac{U_0^-}{U_0^+} e^{2\gamma z} = -\rho_0 e^{2\gamma z} \quad (6.31)$$

ktorý sa od napäťového koeficientu odrazu skutočne líši iba znamienkom. Treba si uvedomiť, že s pojmom odraz elektromagnetických alebo prúdovo napäťových vln je spojený reálny odraz časti energie smerom ku generátoru.

Pre obidva koeficienty odrazu je vhodné zaviesť spoločné označenie $\rho(z)$ vzhľadom

$$\rho(z) = \rho_u(z) = -\rho_i(z)$$

Ak sú konštanty U_0^+ , U_0^- vyjadrené vstupnými amplitúdami napätia a prúdu, teda výrazmi (6.10), potom

$$\rho_0 = \frac{U_0^-}{U_0^+} = \frac{Z_{vst} - Z_v}{Z_{vst} + Z_v} = \rho_{vst} \quad (6.32)$$

a

$$\rho = \rho_u(z) = -\rho_i(z)$$

a ďalej

$$\rho = \frac{Z_{vst} - Z_v}{Z_{vst} + Z_v} e^{2\gamma z} = \rho_{vst} e^{2\gamma z} \quad (6.33)$$

Z výrazu (6.32) vidieť, že koeficient odrazu na vstupe vedenia súvisí so vstupnou impedanciou a podľa výrazu (6.33) sa transformuje pozdĺž vedenia. Netreba pritom osobitne zdôrazňovať, že koeficient odrazu je bezrozmerné komplexné číslo definované v komplexnej rovine na kruhu s polomerom 1.

S využitím výrazov (6.27) možno nájsť všeobecné vzťahy medzi impedanciou a koeficientom odrazu v ľubovoľnej rovine z na vedení. Platí totiž

$$Z(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = \frac{U^+(z) + U^-(z)}{I^+(z) + I^-(z)} = \frac{U^+(z)}{I^+(z)} \frac{1 + \frac{U^-(z)}{U^+(z)}}{1 + \frac{I^-(z)}{I^+(z)}}$$

Z výrazov (6.28) plynie, že

$$\frac{U^+(z)}{I^+(z)} = Z_v \quad (6.34)$$

a s použitím výrazov (6.30) a (6.31) môžeme vzťah pre impedanciu napísať v tvare

$$Z(z) = Z_v \frac{1 + \rho(z)}{1 - \rho(z)} \quad (6.35)$$

z čoho koeficient odrazu

$$\rho(z) = \frac{Z(z) - Z_v}{Z(z) + Z_v} \quad (6.36)$$

Z výrazu (6.36) plynie zaujímavá a dôležitá skutočnosť: vo vedení v mieste z nebudú žiadne odrazy, teda koeficienty odrazu sa budú rovnať nule [$\rho(z) = 0$] vtedy, ak sa bude v danej rovine impedancia $Z(z)$ rovnať charakteristickej impedancii vedenia Z_v , t. j. ak

$$Z(z) = Z_v$$

V takom prípade hovoríme o režime prispôsobenia vo vedení, kedy celý výkon bez odrazov postupuje v každej vzdialenosti z od generátora smerom k záťaži. Vo všetkých ostatných prípadoch na vedení existuje postupujúca aj odrazená vlna, ktoré spolu interferujú a vytvárajú charakteristické konfigurácie napäťových a prúdových vln, ktoré sa nazývajú **stojaté vlny**. Ich vlastnosti budeme analyzovať v odseku 6.4.

6.3 Bezstratové dlhé vedenia

Bezstratové vedenia sú také, ktorých pozdĺžny odpor R a priečna vodivosť G sú nulové, teda $R = 0$, $G = 0$. Reálne vedenia majú vždy určité straty, ale v mnohých prípadoch sú tak malé, že ich možno zanedbať, čím sa teoretická analýza vedení podstatne zjednoduší. Koeficient šírenia γ daný výrazom (6.6) sa na bezstratovom vedení redukuje na tvar

$$\gamma = \sqrt{-\omega^2 LC} = j\omega\sqrt{LC} = j\beta$$

z čoho vyplýva, že koeficient útlmu

$$\alpha = 0 \quad (6.37a)$$

a fázový koeficient

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \omega\sqrt{LC} \quad (6.37b)$$

Rýchlosť prúdovo-napät'ových vln na vedeniach je teda daná výrazom

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad [\text{m.s}^{-1}] \quad (6.38)$$

Charakteristická impedancia definovaná výrazom (6.9) sa stáva reálnou a prejde na jednoduchý tvar

$$Z_v = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad [\Omega] \quad (6.39)$$

Z výrazov (6.37) plynie, že postupujúca aj odrazená prúdovo-napät'ová vlna majú konštantné amplitúdy nezávislé od súradnice z a z výrazu (6.39) vidieť, že prúdy a napätia týchto vln sú vo fáze vzhľadom na reálnosť Z_v . Reálna veličina Z_v , daná výrazom (6.39) sa nazýva vlnová impedancia (vlnový odpor) vedenia a závisí iba od geometrie vedenia a elektrických vlastností prostredia vyplňajúceho vedenie. Tak napr. koaxiálny kábel s polomerom vnútorného vodiča b a s vnútorným polomerom plášťa a , ktorý je vyplnený neferomagnetickým dielektrikom ($\mu_r = 1$) s relatívnou permitivitou ϵ_r , má kapacitu

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\frac{a}{b}} \quad [\text{F.m}^{-1}]$$

a indukčnosť

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\frac{a}{b} \quad [\text{H.m}^{-1}]$$

Dosadením do výrazu (6.39) pre vlnovú impedanciu koaxiálneho kábla dostaneme

$$Z_v = \frac{Z_0}{2\pi} \ln\frac{a}{b} \approx \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln\frac{a}{b} \quad [\Omega] \quad (6.40)$$

kde

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0\epsilon_r}} \approx \frac{376,73}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad [\Omega]$$

je charakteristická impedancia neohraničeného dielektrika. Koaxiálne káble sa vyrábajú s vlnovými odpormi v rozsahu 50 až 75 Ω . Dá sa ukázať, že v tomto intervale hodnôt Z_v majú nízkostratové koaxiálne káble ploché minimum útlmu a minimálnu intenzitu elektrického poľa na povrchu vnútorného vodiča (pozri odsek 5.6).

Vlnová impedancia dvojvodičového symetrického netieneného kábla (dvojlinky) je daný výrazom

$$Z_v = \frac{Z_0}{\pi} \ln \frac{d-a}{a} \quad (6.41)$$

kde d je osová vzdialenosť vodičov a a je polomer vodiča. Typická hodnota vlnových impedancií vyrábaných dvojliniek je 300Ω .

Výrazy (6.14) pre komplexné amplitúdy napätia a prúdu na bezstratovom vedení možno s využitím vzťahov

$$\cosh(j\beta z) = \cos \beta z \quad \sinh(j\beta z) = j \sin \beta z$$

prepísať do tvaru

$$U(z) = U_{vst} \cos \beta z - j Z_v I_{vst} \sin \beta z \quad (6.42a)$$

$$I(z) = I_{vst} \cos \beta z - j \frac{U_{vst}}{Z_v} \sin \beta z \quad (6.42b)$$

Ak sú dané výstupné amplitúdy napätí a prúdov, potom tieto amplitúdy vo vzdialenosti d od konca vedenia budú podľa vzťahov (6.15) dané výrazmi

$$U(d) = U_{výst} \cos \beta d + j Z_v I_{výst} \sin \beta d \quad (6.43a)$$

$$I(d) = I_{výst} \cos \beta d + j \frac{U_{výst}}{Z_v} \sin \beta d \quad (6.43b)$$

Impedančné vzťahy (6.23), (6.24) a (6.26) prejdú pre bezstratové vedenie do tvarov

$$Z(z) = Z_v \frac{Z_{vst} - j Z_v \operatorname{tg} \beta z}{Z_v - j Z_{vst} \operatorname{tg} \beta z} \quad (6.44)$$

$$Z(d) = Z_v \frac{Z_{výst} + j Z_v \operatorname{tg} \beta d}{Z_v + j Z_{výst} \operatorname{tg} \beta d} \quad (6.45)$$

$$Z_{vst} = Z_v \frac{Z_{výst} + j Z_v \operatorname{tg} \beta l}{Z_v + j Z_{výst} \operatorname{tg} \beta l} \quad (6.46)$$

Nakoniec uvedieme niekoľko špeciálnych, v praxi dôležitých prípadov transformácie impedancie podľa vzťahu (6.46):

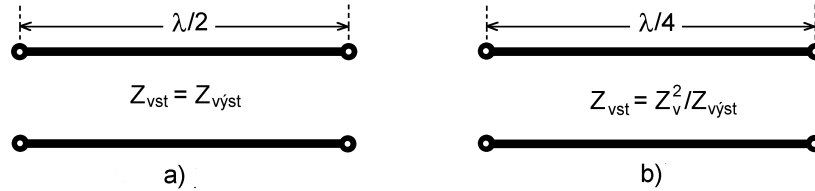
1. Vedenie, ktorého dĺžka $l = n\lambda/2$, kde $n = 1, 2, 3, \dots$. Fáza $\beta l = (2\pi/\lambda).n\lambda/2 = n\pi$ a $\operatorname{tg} n\pi = 0$. Ak $n = 1$ vedenie sa volá **polvlnové vedenie**. Podľa vzťahu (6.46)

$$Z_{vst} = Z_{výst} \quad (6.47)$$

Impedancia sa transformuje v pomere 1 : 1. Pri analýze prenosových vlastností bezstratového vedenia každý jeho homogénny úsek dĺžky $n\lambda/2$ možno ignorovať (obr. 6.3a).

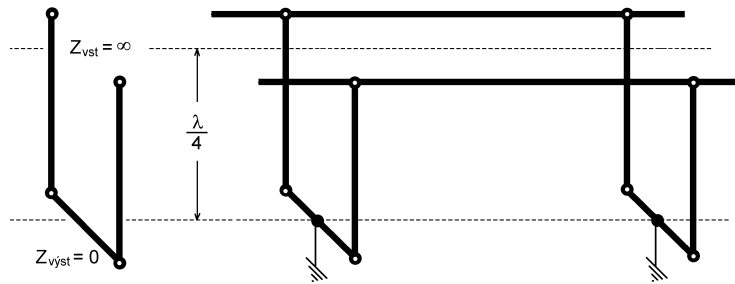
2. Vedenie, ktorého dĺžka $l = (2n + 1)\lambda/4$, pre $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ Fáza $\beta l = (n + 1/2)\pi$ a $\text{tg}(n + 1/2)\pi = \pm\infty$. Ak $n = 0$, ide o **štvrtvlnové vedenie** (obr. 6.3b). Podľa vzťahu (6.46)

$$Z_{vst} = \frac{Z_v^2}{Z_{vyst}} \quad (6.48)$$



Obr. 6.3

Na takom úseku vedenia dochádza k inverznej transformácii impedancie. Štvrtvlnové vedenia má veľký význam v prenosovej technike. Predovšetkým sa často využíva na prispôbenie, pretože pri požadovanej výstupnej impedancii možno vstupnú impedanciu nastaviť vhodnou voľbou Z_v . Ak je štvrtvlnové vedenie na konci skratované, jeho vstupná impedancia je pri danej vlnovej dĺžke (danej frekvencii) nekonečná. Na vstupných svorkách sa také vedenie správa ako ideálny paralelný rezonančný obvod, ktorý možno okrem iného využiť aj na mechanickú fixáciu vedenia ako **štvrtvlnový izolátor** podľa obr. 6.4, žiaľ, iba pri jednej vlnovej dĺžke, resp. frekvencii.



Obr. 6.4

3. Bezstratové vedenie dĺžky l na konci skratované ($Z_{vyst} = 0$) pri iných dĺžkach ako $\lambda/4$ má v súhlase s výrazom (6.46) vstupnú impedanciu

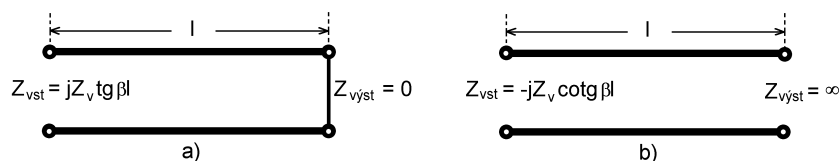
$$Z_{vst} = j Z_v \text{tg} \beta l \quad (6.49)$$

Táto impedancia je výlučne induktívna alebo kapacitná reaktancia závislá od dĺžky vedenia l (obr. 6.5a).

4. Bezstratové vedenie dĺžky l , na konci otvorené ($Z_{vyst} = \infty$) má pri iných dĺžkach ako $\lambda/4$ v súhlase s výrazom (6.46) vstupnú impedanciu

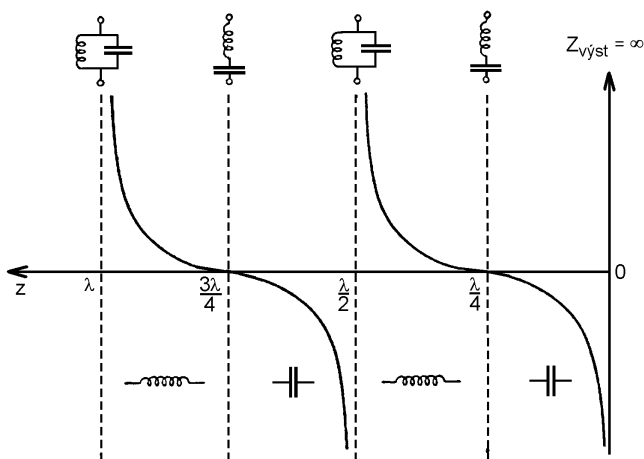
$$Z_{vst} = -j Z_v \text{cotg} \beta l \quad (6.50)$$

ktorá je len kapacitná alebo len induktívna reaktancia (obr. 6.5b).



Obr. 6.5

Skratovanými alebo otvorenými vedeniami možno na veľmi vysokých frekvenciách realizovať malé kapacitné alebo induktívne reaktancie, ktoré by sa nedali realizovať sústredenými kondenzátormi, prípadne cievkami. Na obr. 6.6 je symbolicky znázornená závislosť vstupnej reaktancie vedenia, ktoré je na konci otvorené ($Z_{vyst} = \infty$) od jeho dĺžky $l = z$.

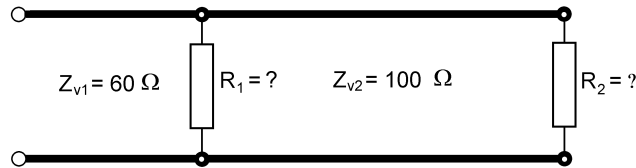


Obr. 6.6

Záverom našej analýzy vlastností dvojvodičových prenosových vedení sa naskytá otázka: aká je šírka frekvenčného pásma, v ktorom sa dvojvodičové vedenia dajú použiť na efektívny prenos elektromagnetických signálov? Dolná hranica frekvencie neexistuje, teda vedenia možno použiť od jednosmerných prúdov resp. napätí. Horná hranica frekvencie súvisí s únosnými stratami, ktoré sú ešte prípustné pri spoľahlivom prenose informácie. Straty sú dvojakého druhu – tie, ktoré vznikajú vo vodičoch a dielektrikách, z ktorých je vedenie vyrobené, a straty vyžarovaním. Straty vyžarovaním sa dajú vylúčiť tým, že sa na prenos používajú vedenia uzavretého typu, ako je koaxiálny kábel, v ktorom je elektromagnetické pole uzavreté vonkajším dutým valcovým vodičom. Tepelné (ohmické) a dielektrické straty možno obmedziť výberom kvalitných dielektrík a vodičov a zväčšovaním priečných rozmerov koaxiálneho kábla, čo však nie je ekonomické, a má tiež svoje hranice. Dnes sa však vyrábajú také kvalitné dielektriká, že moderné koaxiálne káble sú použiteľné až do frekvencií 100 GHz. Ešte donedávna sa na prenos signálov nad 10 GHz používali výlučne trubícové vlnovody a ktoré možno použiť až po optické frekvencie a ktorých činnosť je predmetom analýzy veľkej časti tejto knihy.

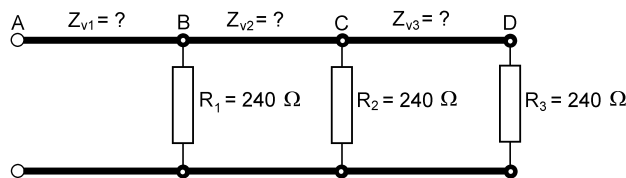
Úlohy

32. Aké musia byť hodnoty odporov R_1 a R_2 , aby na vedení podľa obr. 32 nevznikla stojatá vlna?



Obr. 32

33. Aké musia byť vlnové impedancie vedení AB, BC a CD na obr. 33, aby pozdĺž celého vedenia nevznikali odrazy?

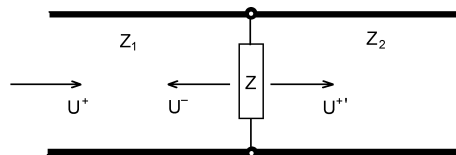


Obr. 33

34. Dvojlinka má pri frekvencii $f = 1$ kHz tieto parametre: $R = 6,55 \cdot 10^{-4} \Omega/\text{m}$, $L = 1,36 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$, $C = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ a G je zanedbateľné. Na frekvencii $f = 100$ MHz $R = 0,606 \Omega/\text{m}$, $L = 1,126 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$, $C = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ a G je zanedbateľné. Pre obidve frekvencie vypočítajte vlnové impedancie vedení, rýchlosti vln na vedeniach, útlm v dB/m a straty na vlnovú dĺžku. Porovnajte výsledky pre obidve frekvencie.

35. Koaxiálny kábel má pri frekvencii $f = 30$ kHz nasledovné primárne parametre: $R = 32,6 \Omega/\text{km}$, $L = 6,84 \cdot 10^{-4} \text{ H/km}$, $C = 3,853 \cdot 10^{-8} \text{ F/km}$, G je zanedbateľné. Vypočítajte vlnovú impedanciu kábla Z_v , koeficient šírenia γ , rýchlosť vlny v_f v kábli, vlnovú dĺžku λ a dĺžku kábla l s útlmom 25 dB.

36. Nájdite vlnovú impedanciu vedenia pozostávajúceho z dvoch ideálne vodivých paralelných vodičov priemeru $d = 4$ mm uložených v osovej vzdialenosti $l = 13,54$ cm vo vákuu. Vypočítajte vstupnú impedanciu takého vedenia, ak je dlhé 35 m (resp. 16 m) a na konci skratované (resp. otvorené). Pracovná vlnová dĺžka $\lambda = 50$ m. Akú indukčnosť resp. kapacitu predstavuje vedenie z hľadiska jeho vstupných svoriek?



Obr. 37

37. Nekonečne dlhé dvojvodičové vedenie je v istej rovine premostené impedanciou Z podľa obr. 37. Vlnová impedancia vedenia naľavo od impedancie Z je Z_1 a napravo Z_2 . Z ľavej strany sa

po vedení šíří napáňová vlna U^+ . Nájďte amplitúdu odrazenej U^- a postupujúcej U^+ vlny v rovine premostenia a amplitúdy prúdov v impedancii Z a na vedení s vlnovou impedanciou Z_{v2} .

38. Predchádzajúcu úlohu riešte pre $Z_{v1} = Z_{v2} = Z = R$ (R je činný odpor). Aká časť výkonu napáňovej vlny U^+ sa spotrebuje v odpore R ? Aká časť výkonu postupuje po vedení doprava od odporu R a aká časť výkonu sa odrazí na odpore R ?

39. K vedeniu s vlnovou impedanciou Z_v sú na jeho konci pripojené dve nekonečné dlhé vedenia s rovnakými vlnovými impedanciami Z_v . Nájďte koeficient odrazu a koeficient prenosu v rovine rozvetvenia.

40. Trojfázové vedenie vysokého napätia dlhé $l = 900$ km pracuje so združeným efektívnym napätím $U_{zd} = 400$ kV. Podľa projektu má vedenie nasledovné primárne parametre: $R = 0,08 \Omega/\text{km}$, $L = 1,336 \cdot 10^{-3} \text{ H/m}$, $C = 8,6 \cdot 10^{-9} \text{ F/m}$, straty v izolácii a korónou sú $P_x = 2 \text{ kW/km}$ na jednu fázu. Vypočítajte sekundárne parametre vedenia a to: vlnovú impedanciu, útlm, fázový koeficient, dĺžku vlny a fázovú rýchlosť.

41. Amplitúda napätia na konci otvoreného vedenia s vlnovou impedanciou $Z_v = 300 \Omega$ je $U_{vyst} = 600 \text{ V}$. Nájďte amplitúdu napätia a prúdu vo vzdialenosti $l = 40 \text{ m}$ od konca vedenia. Vedenie pracuje na vlnovej dĺžke $\lambda = 300 \text{ m}$.

42. Na konci otvoreného vedenia pracujúceho na vlnovej dĺžke $\lambda = 20 \text{ m}$ bola nameraná amplitúda napätia $U_m = 200 \text{ V}$ a vo vzdialenosti $l = 2 \text{ m}$ od konca vedenia amplitúda prúdu $I_m = 0,5 \text{ A}$. Nájďte vlnovú impedanciu vedenia. Aká je amplitúda prúdu v maxime stojatej prúdovej vlny?

43. K vstupu vedenia o dĺžke $l = 20 \text{ m}$ je pripojený generátor pracujúci pri frekvencii $f = 3 \text{ MHz}$. Vedenie je na konci otvorené. Nájďte amplitúdu výstupného napätia, ak vstupné napätie má amplitúdu $U_{vst} = 20 \text{ V}$.

44. Vedenie dĺžky $l = 1,2 \text{ m}$ má vlnovú impedanciu $Z_v = 300 \Omega$ a je na výstupe otvorené. Na vstup vedenia je pripojený generátor s efektívnym EMN $|U_g| = 100 \text{ V}$ pracujúci na frekvencii $f = 150 \text{ MHz}$. Vnútorňa impedancia generátora $Z_g = 300 \Omega$. Nájďte efektívne hodnoty napätia a prúdu na vstupe a výstupe vedenia. Graficky znázorníte absolútne hodnoty amplitúd napätia a prúdu, ich reálnych a imaginárnych častí a fázového uhla od polohy na vedení.

45. Vedenie s vlnovou impedanciou $Z_v = 70 \Omega$ je zakončené impedanciou $Z_r = 300 \Omega$. Vedenie je napájané z generátora s efektívnym EMN $|U_g| = 10 \text{ V}$ s vnútornou impedanciou $Z_g = 70 \Omega$. Nájďte vstupnú impedanciu vedenia, efektívnu hodnotu výstupného napätia, prúdu a výstupný výkon pre vedenie dlhé: a) λ_v , b) $(9/8) \lambda_v$, c) $(5/4) \lambda_v$.

46. Koaxiálny kábel s vlnovou impedanciou $Z_v = 52 \Omega$ má byť použitý pri frekvencii $f = 300 \text{ MHz}$. Koeficient útlmu kábla $\alpha = 1,56 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1}$ a rýchlostný koeficient $v_f/c = 0,66$. Kábel je dlhý 75 metrov a je zakončený odporom $Z_r = Z_v$. K vstupu kábla je pripojený generátor s efektívnym EMN $|U_g| = 50 \text{ V}$ a s vnútorným odporom $Z_g = Z_v$. Nájďte efektívne hodnoty vstupného a výstupného napätia a výkonu odovzdávaného záťaži. Koľko vlnových dĺžok je uložených pozdĺž kábla?

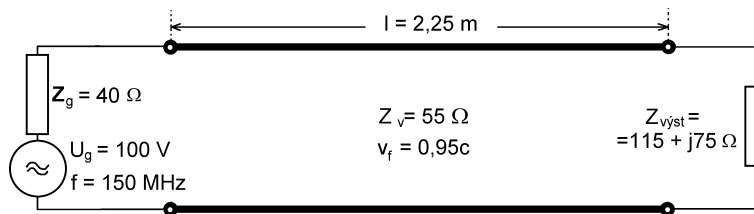
47. Dvojvodičové telefónne vedenie má pri frekvencii $f = 1 \text{ kHz}$ vlnovú impedanciu $Z_v = 615 - j78 \Omega$ a koeficient šírenia $\gamma = 3,05 \cdot 10^{-3} + j2,18 \cdot 10^{-2} \text{ km}^{-1}$. Vedenie je dlhé 240 kilometrov a je zaťažené impedanciou rovnou vlnovej impedancii vedenia. Na vstup vedenia je pripojený generátor s frekvenciou $f = 1 \text{ kHz}$, ktorý má efektívne napätie $U_{vst\text{ef}} = 5 \text{ V}$. Vypočítajte:

- rýchlosť signálu na vedení a vlnovú dĺžku,
- efektívnu hodnotu vstupného prúdu, vstupný a výstupný výkon.

48. Telefónne vedenie dlhé 320 kilometrov je zakončené záťažou rovnou jeho vlnovej impedancii. Na jeho vstup je pripojený generátor s efektívnym EMN $|U_g| = 10 \text{ V}$, s vnútorným odporom $Z_g = 600 \Omega$, pracujúci pri frekvencii $f = 1 \text{ kHz}$. Na tejto frekvencii má vedenie vlnovú impedanciu $Z_v = 683 - j138 \Omega$ a koeficient šírenia $\gamma = 4,6 \cdot 10^{-3} + j2,21 \cdot 10^{-2} \text{ km}^{-1}$. Vypočítajte efektívne hodnoty vstupného a výstupného napätia a prúdu, a tiež vstupný a výstupný výkon.

49. Dvojvodičové vedenie dlhé 200 kilometrov má pri frekvencii $f = 1 \text{ kHz}$ vlnovú impedanciu $Z_v = 649 - j82,9 \Omega$ a konštantu šírenia $\gamma = 3,35 \cdot 10^{-3} + j2,194 \cdot 10^{-2} \text{ km}^{-1}$. Na vstup vedenia je pripojený generátor s efektívnym EMN $|U_g| = 10 \text{ V}$ a vnútornou impedanciou rovnou vlnovej impedancii vedenia. Vedenie je na konci otvorené. Vypočítajte efektívne hodnoty vstupného a výstupného napätia a prúdu. Graficky znázorníte absolútne hodnoty amplitúd napätia a prúdu, ich reálnych a imaginárnych častí a fázového uhla v závislosti od polohy z na vedení.

50. Telefónne vedenie dĺžky 160 kilometrov má pri frekvencii $f = 1 \text{ kHz}$ vlnovú impedanciu $Z_v = 685 - j92 \Omega$ a konštantu šírenia $\gamma = 3,09 \cdot 10^{-3} + j2,19 \cdot 10^{-2} \text{ km}^{-1}$. Vedenie je zakončené odporom $Z_R = 2000 \Omega$. Na vstupe je pripojený generátor s efektívnym napätím $|U_g| = 10 \text{ V}$ a vnútornou impedanciou $Z_g = 700 \Omega$. Vypočítajte vstupné a výstupné napätie, prúd a výkon a útlm celého vedenia v dB. Graficky znázorníte absolútne hodnoty amplitúd napätia a prúdu, ich reálnych a imaginárnych častí a fázového uhla v závislosti od polohy z na vedení.



Obr. 51

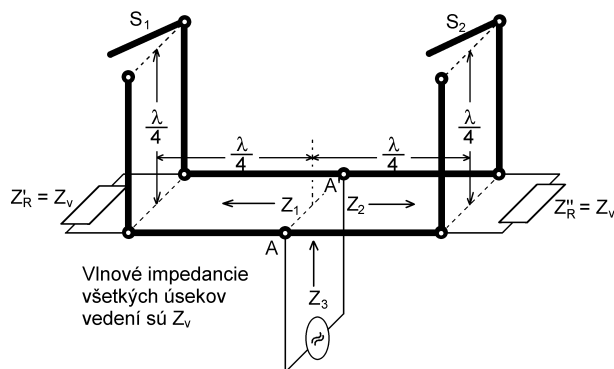
51. Na vedení zobrazenom na obr. 51 treba nájsť amplitúdu vstupného a výstupného napätia, prúdu, vstupný a výstupný výkon, ďalej pomer stojatých vln (PSV), koeficient odrazu na vstupe a výstupe vedenia, amplitúdy napätia a prúdu v minimách a v maximách stojatých vln a polohy miním a maxím stojatých vln. Načrtnite napäťovú a prúdovú stojatú vlnu.

52. Vedenie dlhé $l = 120 \text{ km}$ je určené na prenos jednosmerného výkonu. Jeho parametre sú: $R = 53,45 \Omega/\text{km}$, $G = 1,55 \cdot 10^{-6} \text{ S/km}$. Napätie na vstupe vedenia $U_{vst} = 24 \text{ V}$, na výstupe vedenia je skrat. Vypočítajte vstupný a výstupný prúd a vstupný odpor vedenia. Znázorníte graficky závislosti napätia, prúdu a odporu v závislosti od vzdialenosti z pozdĺž vedenia pre prípady: a) vedenie je na konci otvorené, b) vedenie je na konci skratované, c) vedenie je zakončené odporom rovným charakteristickej impedancii vedenia.

53. Na obr. 53 je znázornený prenosový systém s dvoma záťažami a generátorom.

- Určite Z_1 , Z_2 a Z_3 , ak je spínač S_1 zopnutý a S_2 rozopnutý. Kam postupuje výkon?
- Odpovedzte na otázky bodu a) ak je spínač S_1 rozopnutý a S_2 je zopnutý.
- Kam postupuje výkon, ak sú obidva spínače rozopnuté (zopnuté)?

54. Kábel s parametrami $R = 54 \Omega/\text{km}$ a $G = 0,93 \cdot 10^{-6} \text{ S/km}$ je určený na prenos jednosmerného výkonu. Vypočítajte jeho charakteristickú impedanciu Z_v a koeficient útlmu α . Nájdite pomer výstupného a vstupného napätia, ak je kábel dlhý 100 kilometrov a je zakončený odporom rovným charakteristickej impedancii kábla. Aký je útlm kábla v dB?



Obr. 53

55. Vedenie dĺžky $l \ll \lambda$ je zakončené záťažou Z_R . Vlnová impedancia vedenia Z_v je porovnateľná s impedanciou Z_R . Ako sa bude meniť vstupná impedancia vedenia v závislosti od Z_R/Z_v ?

56. Bezstratové dvojvodičové vedenie má vlnovú impedanciu $Z_v = 400 \Omega$, vedenie je dlhé $0,75 \text{ m}$ a je zakončené reaktenciou $Z_r = -j400 \Omega$. Generátor pracuje pri frekvencii $f = 150 \text{ MHz}$ a vstupné napätie na vedení je $|U_{vst}| = 50 \text{ V}$.

- Vypočítajte vstupnú impedanciu vedenia,
- Načrtnite napät'ovú a prúdovú stojatú vlnu,
- Vypočítajte efektívne hodnoty napätia a prúdu na výstupe a v maxime stojatej vlny.

57. Bezstratové vedenie je zakončené záťažou na ktorej koeficient odrazu $\rho = 0,5 + j0,5$. Vedením sa šíri signál s vlnovou dĺžkou $\lambda = 20 \text{ cm}$. Vypočítajte vzdialenosť prvého prúdového minima od záťaže smerom k zdroju. Je medzi minimom a záťažou prúdové maximum?

58. Vedenie s vlnovou impedanciou $Z_v = 50 \Omega$, dĺžky $l = 2 \text{ m}$ je zaťažené impedanciou $Z_{vyst} = 60 + j60 \Omega$. Vedenie je bezstratové a pri danej frekvencii fázový koeficient $\beta = 1,2\pi \text{ rad/m}$. K vstupu vedenia je pripojený generátor s amplitúdou EMN $U = 30 \text{ V}$ s vnútornou impedanciou $Z_g = 100 \Omega$. Vypočítajte komplexné amplitúdy prúdov a napätí na vstupe a výstupe vedenia, vstupný a výstupný výkon.

59. Generátor napätia $U_g = 12 \text{ V}$ s vnútorným odporom $Z_g = 200 \Omega$ pracujúci na frekvencii $f = 750 \text{ MHz}$ má dodávať výkon do odporovej záťaže $Z_{vyst} = 8 \Omega$.

- Vypočítajte dodávaný výkon do záťaže.
- Navrhňte štvrtvlnový transformátor z úseku koaxiálneho kábla so vzduchovým dielektrikom. Vypočítajte jeho vlnovú impedanciu Z_v , jeho dĺžku l a pomer polomerov a/b kábla, aby generátor dodal do záťaže maximálny výkon. Aký je tento výkon?
- Koľkokrát sa zväčší výkon v záťaži (v dB) vložением štvrtvlnového transformátora medzi generátor a záťaž?

60. Vedenie dĺžky $l = 2 \text{ m}$ má vlnovú impedanciu $Z_v = 300 \Omega$ a je na výstupe otvorené. Na vstup je pripojený generátor s efektívnym napätím $U_g = 10 \text{ V}$ s frekvenciou $f = 100 \text{ MHz}$. Vnútorná impedancia generátora $Z_g = 50 \Omega$. Vypočítajte efektívne hodnoty vstupného a výstupného napätia, prúdu, vstupný a výstupný výkon.

61. Dvojvodičové vedenie so vzduchovou izoláciou má vlnovú impedanciu $Z_v = 300 \Omega$. Vedenie má dĺžku $l = 37,5 \text{ cm}$ a je na výstupe zaťažené indukčnou záťažou $L = 0,159 \mu\text{H}$. Na vstupe je pripojený generátor s frekvenciou $f = 300 \text{ MHz}$, so vstupným efektívnym prúdom $I_{vst} = 20 \text{ mA}$.

- a) Vypočítajte vstupnú impedanciu.
 b) Vypočítajte vstupné a výstupné napätie, prúd a výkon, a napätie v maxime stojatej vlny.
 c) V akom fázovom vzťahu je výstupné napätie a výstupný prúd ?

62. Koaxiálne vedenia bez špeciálnych úprav majú obyčajne indukčnosť na jednotku dĺžky zanedbateľnú, t. j. platí

$$\frac{G}{C} \ll \omega \ll \frac{R}{L}$$

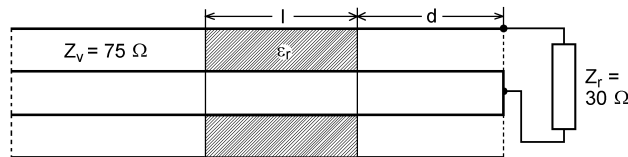
v širokom frekvenčnom intervale.

a) Za uvedených predpokladov odvodte výraz pre vlnovú impedanciu kábla, Z_v , a jeho koeficient šírenia γ

b) Pre $R = 54 \Omega/\text{km}$ a $C = 3,85 \cdot 10^{-8} \text{ F/m}$ nakreslite závislosť koeficientu útlmu α , rýchlosti v_f , aktívnej a reaktívnej časti impedancie Z_v pri frekvencii z frekvenčného intervalu $f = 200 - 3000 \text{ Hz}$.

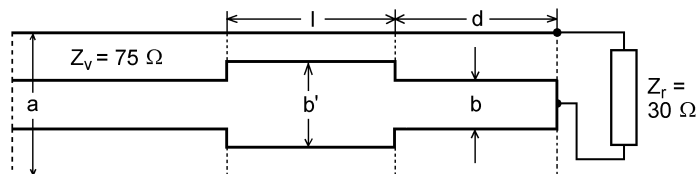
c) Ak $L = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ H/km}$ a $G = 2 \cdot 10^{-8} \text{ S/km}$, pri akej frekvencii $R = \omega L$? Pri akej frekvencii $G = \omega C$?

63. Dokážte, že neskresľujúce vedenie má: a) vlnovú impedanciu $Z_v = \sqrt{L/C}$, b) rovnakú energiu elektrického a magnetického poľa v postupujúcej vlně, c) rovnaké straty v sériovom odpore a v priechnej vodivosti na jednotku dĺžky vedenia.



Obr. 64

64. Koaxiálny kábel so vzduchovým dielektrikom má vlnovú impedanciu $Z_v = 75 \Omega$ a pracuje pri frekvencii $f = 1200 \text{ MHz}$. Kábel je zakončený impedanciou $Z_r = 30 \Omega$. Zátťaž treba prispôsobiť k vlnovej impedancii kábla. Jednou z možností je vložiť do dutiny kábla dielektrickú výplň tvaru valca s cylindrickou dutinou s permitivitou ϵ_r a štvrtvlnovou dĺžkou l vo vhodnej vzdialenosti d od koncovej roviny kábla v ktorej je umiestnená zátťaž (pozri obr. 64). Vypočítajte ϵ_r , l a d .



Obr.65

65. Koaxiálny kábel so vzduchovým dielektrikom má nasledovné rozmery: vnútorný priemer plášťa $a = 2,225 \text{ cm}$, priemer vnútorného vodiča $b = 0,635 \text{ cm}$. Kábel je zakončený impedanciou $Z_r = 30 \Omega$ a pracuje pri frekvencii $f = 300 \text{ MHz}$. Kábel treba prispôsobiť k zátäži. Jednou z možností je vložiť do trasy kábla štvrtvlnový úsek kábla dĺžky l s prierezom vnútorného vodiča $b' > b$ a vo vhodnej vzdialenosti d od zátäže, ako na obr. 65. Vypočítajte b' , l a d . Je možné zvoliť aj štvrtvlnový úsek s priemerom vnútorného vodiča $b' < b$?